

I compressori volumetrici sono preferibili nel caso in cui si debbano elaborare piccole portate e conferire al fluido grandi prevalenze. Le turbomacchine operatrici sono invece preferibili nel caso di grandi portate e piccole prevalenze. Facendo riferimento al numero di giri specifico n_s (nella formulazione del Camerer):

$$n_s = 3,65 n \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}}$$

dove:

n = numero di giri [r/min]

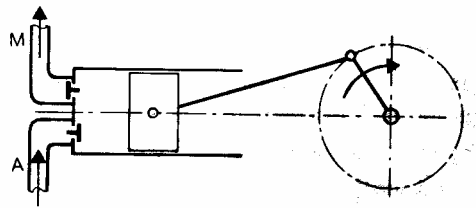
Q = portata volumetrica [m³/s]

H = prevalenza [m]

si osserva che i compressori dinamici sono preferiti nel caso di valori elevati del numero di giri specifico, mentre i compressori volumetrici sono impiegato nei casi di bassi valori di n_s ($n_s \leq 40$).

COMPRESSORI VOLUMETRICI ALTERNATIVI

La **conformazione elementare** di un compressore volumetrico alternativo è visualizzata nella sottostante figura:



Schema elementare di un compressore volumetrico alternativo.

Un compressore volumetrico alternativo si compone basicamente di un albero motore, collegato mediante un sistema biella manovella ad uno stantuffo che si muove così di moto alternativo all'interno di un cilindro, quest'ultimo dotato di valvole (generalmente automatiche) che permettono l'introduzione e l'espulsione del gas su cui la macchina opera.

Si fa ora riferimento al diagramma limite (fluido reale (ma con viscosità nulla) e macchina ideale) di un compressore a semplice effetto, il cui andamento è visualizzato sul piano $p-v$ nella figura sottostante:

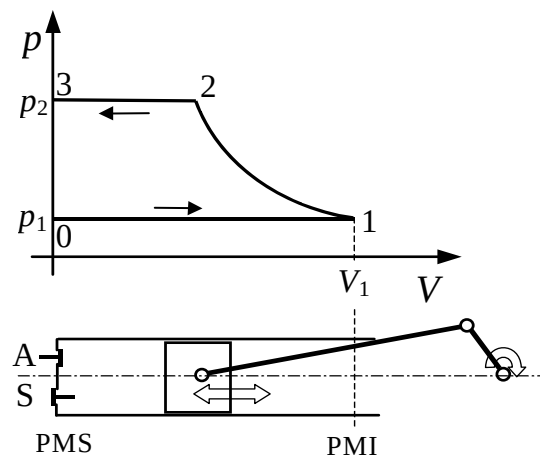


Diagramma limite di un compressore volumetrico alternativo a semplice effetto senza volume nocivo.

Al riguardo delle ipotesi riguardanti la **macchina ideale**, si considerano nulle le perdite di carico del fluido nell'attraversare gli organi della distribuzione, assenti le inerzie dei sistemi meccanici delle valvole, nulli gli scambi termici tra fluido e pareti.

In assenza del volume nocivo (che sarà definito tra poco), l'interazione tra lo stantuffo ed il gas può essere suddivisa nelle seguenti tre fasi:

1. **Fase di aspirazione (0-1):** L'apertura della valvola di aspirazione (A nella figura sopra), per effetto del tendenziale abbassamento della pressione nel volume del cilindro, permette l'introduzione della carica fresca nel cilindro stesso, operazione che è completata quando lo stantuffo raggiunge il punto morto inferiore (PMI), al punto 1 nella figura.
2. **Fase di compressione (1-2):** Nell'ipotesi che alla fine dell'aspirazione il cilindro si pieno di gas alla pressione di aspirazione (p_1), l'iniziale compressione del gas, causata dal movimento dello stantuffo dal punto morto inferiore verso quello superiore (PMS), provoca l'automatica chiusura della valvola di aspirazione (A). Inizia così la compressione (adiabatica ed isoentropica, 1-2 nella figura sopra) che ha termine nel punto 2, una volta raggiunta la pressione voluta per la mandata (p_2).
3. **Fase di mandata (2-3):** Raggiunta la pressione di mandata, al punto 2 si apre automaticamente la valvola di scarico (S, o di mandata), che permette il travaso del fluido al ricevitore di mandata. Questa fase si protrae finché lo stantuffo raggiunge il punto morto superiore (PMS), al punto 3 nella figura.

A questo punto, nell'ipotesi prima fatta di volume nocivo nullo, ovvero che al termine della fase di mandata il volume nel cilindro è nullo, e dunque non si ha massa di gas nel cilindro, è possibile considerare la contemporanea chiusura

della valvola di mandata e l'apertura di quella di aspirazione. In questa fase la pressione nel cilindro passa istantaneamente dal valore p_2 a p_1 , data l'assenza di massa di gas nel cilindro.

Il **lavoro limite di compressione** è determinato dall'espressione:

$$|-L_{12}|_l = \int_1^2 v dp$$

Esso è rappresentato dall'area 0123 sul piano pV della figura soprastante.

Nella realtà il volume nocivo esiste sempre, ovvero anche nell'ipotesi limite (macchina perfetta) non è possibile trascurare il fatto che alla fine della fase di mandata (punto 3), quando lo stantuffo si trova al PMS, il volume del cilindro non è nullo ma ha un valore (V_n nella figura sottostante) pari a circa il 2 ÷ 5 % della cilindrata del compressore (V). Questo fa sì che al termine della fase di mandata, dopo la chiusura della relativa valvola, occorre attendere che la pressione del gas rimasto nel cilindro scenda al valore (p_1) proprio della fase di aspirazione.

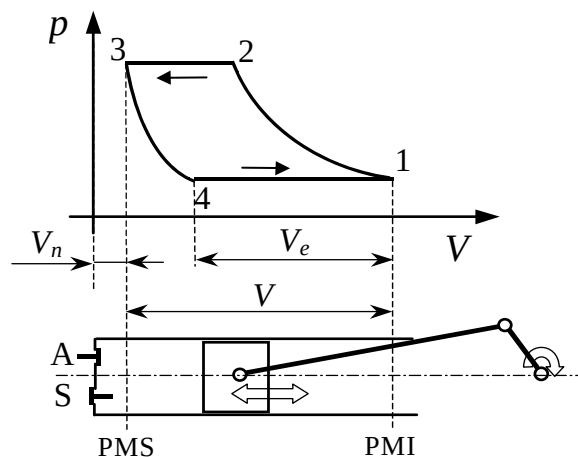


Diagramma limite di un compressore volumetrico alternativo a semplice effetto con volume nocivo.

La presenza del volume nocivo introduce dunque una nuova fase di funzionamento del compressore alternativo (3-4 nella figura sopra):

- Fase di espansione (3-4):** All'inversione del moto dello stantuffo per il ritorno al PMI, l'abbassamento della pressione nel cilindro provoca la chiusura della valvola di mandata (S), di conseguenza il gas rimasto nel volume nocivo subisce un'espansione (3-4), che si prolunga fino a che la

pressione nel cilindro uguaglia quella esistente a monte della valvola di aspirazione ($p_4 = p_1$).

Il **lavoro limite di compressione**, in presenza del volume nocivo è dato dalla seguente espressione:

$$|-L_{12}|_l = \int_1^2 v dp + \int_3^4 v dp$$

che è rappresentato dall'area 1234 sul piano pV della figura soprastante.

La presenza del volume nocivo condiziona il funzionamento della macchina (anche nel caso di funzionamento ideale della stessa), perché limita la capacità di aspirazione del cilindro, riducendola dal valore della cilindrata geometrica (V figura sopra) a quello della cilindrata (o volume) efficace (V_e), sempre minore di V .

Nel caso che l'espansione (34) avvenga con lo stesso coefficiente della politropica di compressione (12), e che le due trasformazioni avvengano tra le stesse temperature estreme, con queste ipotesi, in sede limite, il lavoro di compressione di un kilogrammo di fluido sarà lo stesso, sia nel caso di assenza che di presenza del volume nocivo.

Il volume nocivo riduce dunque, a parità di cilindrata, la quantità di fluido elaborata dal compressore ad ogni ciclo.

Si definisce infatti il **rendimento volumetrico (η_v)** del compressore:

$$\eta_v = \frac{V_e}{V}$$

Si esprime ora il rendimento volumetrico in funzione del rapporto di compressione $\beta = p_2/p_1$ e del rapporto: V_n/V :

$$\eta_v = \frac{V_e}{V} = \frac{V_1 - V_4}{V_1 - V_n} = \frac{V_1 - V_n - (V_4 - V_n)}{V_1 - V_n} = 1 - \frac{V_4/V_n - 1}{V/V_n} \quad (*)$$

Essendo infatti: $V = V_1 - V_n$ ed avendo diviso entrambi i termini per V_n .

Considerando le trasformazioni adiabatiche ed isoentropiche di esponente k , risulta:

$$\frac{V_4}{V_n} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1/k} = \beta^{1/k}$$

dove il termine $\beta = p_2/p_1$ è il **rapporto di compressione** del compressore.
 Sostituendo l'espressione precedente in quella del rendimento volumetrico (*),
 Si ha l'**espressione del rendimento volumetrico** cercata:

$$\eta_v = 1 - \frac{V_n}{V} \left(\beta^{1/k} - 1 \right)$$

Si ha $\eta_v = 1$ per $\beta = 1$ e per $V_n = 0$.

Il rendimento volumetrico decresce al crescere di β . Il valore di β per cui $\eta_v = 0$ (che è anche il massimo valore di β che si può conseguire) si determina uguagliando a zero la precedente espressione:

$$\beta_{\max}^{1/k} - 1 = \frac{V}{V_n} \quad \Rightarrow \quad \beta_{\max} = \left(1 + \frac{V}{V_n} \right)^k = \left(\frac{V_1}{V_n} \right)^k$$

Il valore limite di β può essere anche visualizzato graficamente sul piano pV :

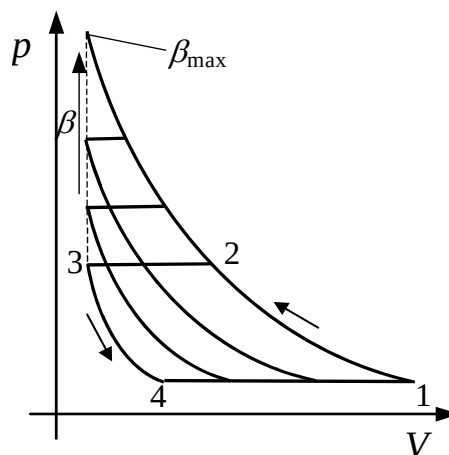


Diagramma limite di un compressore volumetrico
 alternativo all'aumentare del rapporto di compressione β .

Dalla figura soprastante si evince che per $\beta = \beta_{\max}$ il compressore funziona come una molla a gas (come già visto, per $\beta = \beta_{\max}$ si ha $\eta_v = 0$ e dunque portata nulla).

Risulta ovvio che è bene che il volume nocivo sia più piccolo possibile. Nella pratica: $V_n \approx 2 \div 5 \%$ di V .

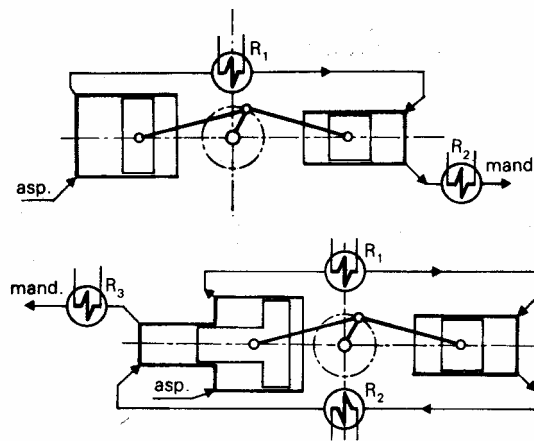
Nel caso dell'aria $\beta_{\max} \approx 20 \div 22$, ma per avere rendimenti volumetrici accettabili, per tale gas si utilizzano in genere rapporti di compressione (β) non superiori a $5 \div 7$.

COMPRESSORI ALTERNATIVI A PIU' FASI

Le ragioni che impediscono di raggiungere in un solo cilindro rapporti di compressione elevati sono due:

- Rendimento volumetrico eccessivamente basso per l'azione del volume nocivo.
- Temperatura finale del gas compresso tanto elevata da surriscaldare eccessivamente alcune parti del compressore (cilindro-stantuffo, valvole).

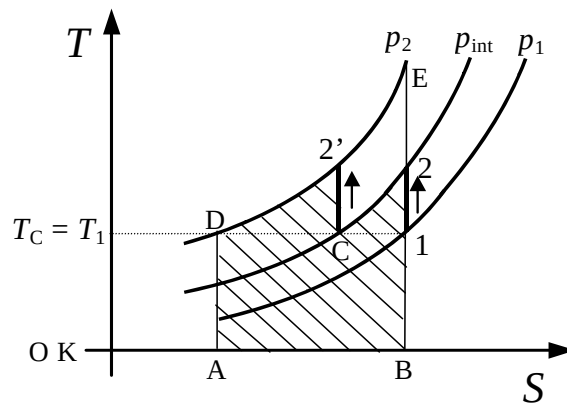
Al fine di conseguire rapporti di compressione più elevati di quelli conseguibili con un solo cilindro si ricorre alla suddivisione della compressione tra più cilindri operanti in serie tra loro (nella figura sottostante sono visualizzati rispettivamente: un compressore volumetrico a due ed uno a tre fasi).



Schemi di compressori a più fasi a semplice effetto.

Al fine di ridurre la temperatura media del fluido elaborato (migliorando così il rendimento meccanico del compressore), e diminuire il lavoro specifico di compressione, si interpone un refrigeratore tra ogni stadio della compressione (R nella figura in alto).

Al riguardo della riduzione del lavoro specifico, dovuto alla interrefrigerazione del fluido durante la compressione, nella figura sottostante è rappresentato, sul piano TS , il ciclo limite del compressore a due fasi con interrefrigerazione, visualizzato in alto nella figura sopra.



Ciclo limite di una compressione a due fasi con interrefrigerazione sul piano TS .

Per le ipotesi proprie del ciclo limite, è possibile portare la temperatura del gas all'uscita del refrigeratore allo stesso valore di quella del fluido all'ingresso del compressore ($T_C = T_1$ nella soprastante figura).

In tali condizioni il lavoro limite specifico di compressione è rappresentato dall'area tratteggiata (B2C2'DA) della soprastante figura. In assenza di refrigerazione del gas il lavoro specifico di compressione è dato dall'area: BEDA nella stessa figura. Il lavoro di compressione risparmiato grazie alla interrefrigerazione del fluido è pari all'area: 2E2'C, sempre nello stesso piano TS .

Nella figura sottostante è riportato sul piano pV il diagramma della compressione limite in due fasi con interrefrigerazione.

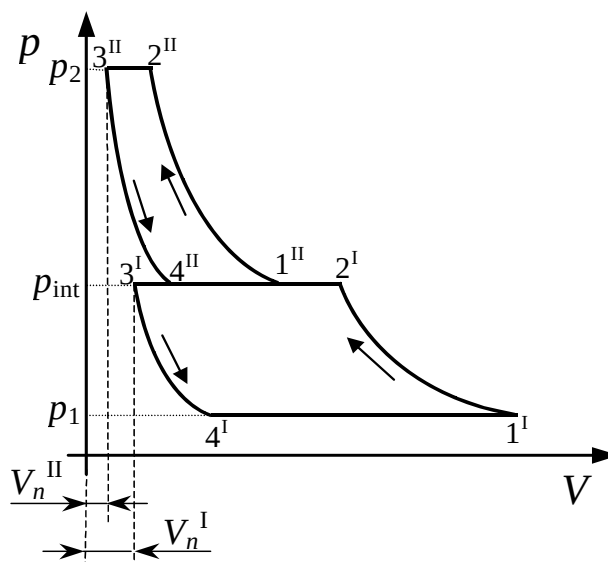


Diagramma limite di un compressore volumetrico alternativo a due stadi.

In genere il numero degli stadi in cui avviene la compressione è limitato a tre o al massimo quattro. Si può dimostrare che, per rendere minimo il lavoro della compressione a gradini, occorre che i rapporti di compressione dei vari stadi (β) siano tra loro uguali (ciò vale se la refrigerazione intermedia portasse sempre la temperatura al valore iniziale T_1 del primo stadio e la compressione avvenisse in tutti i cilindri con la stessa legge). Nella pratica (caso reale) questa regola viene rispettata.

Nel caso della compressione a due fasi (vedi figura sopra), risulta dunque:

$$\beta^I = \frac{p_{\text{int}}}{p_1} = \frac{p_2}{p_{\text{int}}} = \beta^{II}$$

Sempre nel caso di compressione a due fasi il rapporto di compressione totale (β) è facilmente calcolabile:

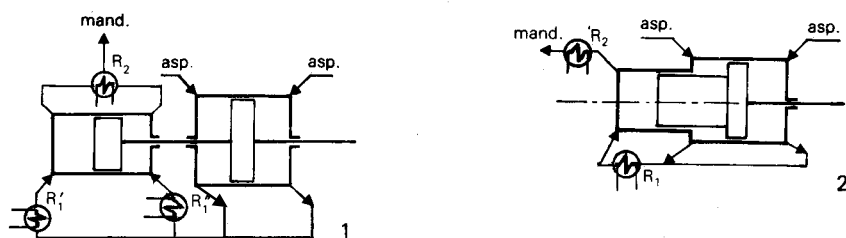
$$\beta = \beta^I \beta^{II}$$

Noti: il rapporto di compressione totale (β) ed il numero degli stadi nella quale è effettuata la compressione (z), il rapporto di compressione (β^i) di ciascuno stadio è dato dalla:

$$\beta^i = \sqrt[z]{\beta}$$

COMPRESSORI ALTERNATIVI A DOPPIO EFFETTO

Spesso, al fine di aumentare la quantità di fluido elaborata senza variare le dimensioni dei cilindri, si utilizzano **compressori a doppio effetto** (figura sottostante):



Schemi di compressori a doppio effetto.

Come si osserva dalla figura, in essi si realizza un'altra camera di compressione sul lato opposto dello stantuffo, in modo sfruttare il suo movimento alternativo dentro al cilindro per raddoppiare (in prima approssimazione) la massa di fluido elaborata.

Dalle figure sopra riportate si evince che, nelle due camere di compressione che si affacciano su ciascun lato dello stesso stantuffo, i rispettivi cicli della

compressione sono tra loro sfasati di 180°. Questo fatto contribuisce anche a ridurre significativamente le pulsazioni della pressione e della portata, dovute al principio di funzionamento di questo tipo di compressore, nella sezione di uscita della macchina.

ALCUNE ESPRESSIONI CARATTERISTICHE

Il **lavoro limite di compressione** (in una singola fase della compressione) di una massa m di gas può essere calcolato nel seguente modo:

$$\begin{aligned} L_l &= m \left(\int_1^2 v dp + \int_3^4 v dp \right) = \frac{k}{k-1} V_1 p_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{k-1/k} - 1 \right) - \frac{k}{k-1} V_4 p_4 \left(\left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{k-1/k} - 1 \right) = \\ &= \frac{k}{k-1} (V_1 - V_4) p_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{k-1/k} - 1 \right) = \frac{k}{k-1} V_e p_1 \left(\beta^{k-1/k} - 1 \right) = \\ &= \frac{k}{k-1} \eta_v V p_1 \left(\beta^{k-1/k} - 1 \right) \end{aligned}$$

La **portata volumetrica** elaborata dal compressore è data dalla seguente espressione:

$$Q = \eta_v V \frac{n}{60} e$$

nella quale:

Q = portata volumetrica [m³/s]

η_v = rendimento volumetrico

V = cilindrata

n = numero di giri della macchina [r/min]

e = è un parametro che vale 1 se il compressore è a singolo effetto, 2 se a doppio effetto.

Velocità media dello stantuffo (c_m) [m/s]: analogamente al caso degli MCI è definita dalla relazione:

$$c_m = 2 C \frac{n}{60}$$

dove C è la corsa dello stantuffo [m].

FUNZIONAMENTO REALE

Facendo riferimento, per comodità, ad un compressore alternativo a semplice effetto, il suo **funzionamento reale** è visualizzato dal diagramma indicato della figura sottostante:

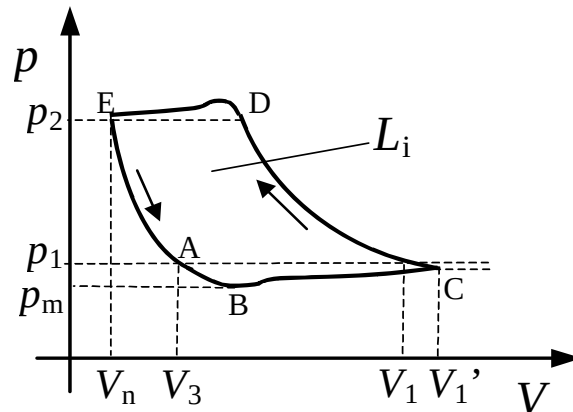


Diagramma indicato di un compressore volumetrico a semplice effetto.

Detto diagramma, ricavato analogamente al caso degli MCI volumetrici, ovvero mediante un indicatore, mette in evidenza le imperfezioni della macchina, che principalmente sono:

- All'aspirazione la pressione nel cilindro è minore di quella dell'ambiente ove è prelevato il gas da comprimere (p_1 in figura), ciò per via delle perdite nel condotto e nelle valvole di aspirazione. Si ha dunque un tratto decrescente (AB in figura) e poi uno crescente (BC) ma non fino a p_1 . Dalla figura si osserva che il volume di gas effettivamente aspirato nel caso reale ($V_1 - V_3$) è minore di quello del caso limite ($V_1' - V_3$).
- Allo scarico viceversa, sempre a causa delle perdite nelle valvole e nel condotto di scarico, la pressione nel cilindro è maggiore di quella dell'ambiente ove è scaricato il gas compresso (p_2 in figura).

Nel caso reale le trasformazioni di compressione e di espansione del gas nel cilindro (CD ed EB rispettivamente nella figura sopra), sono trasformazioni reali con scambio di calore con le pareti. Per tale ragione dette pareti devono essere raffreddate al fine di evitare surriscaldamenti della macchina.

Per le proprietà del piano pv , l'area del ciclo indicato rappresenta il lavoro indicato di compressione del gas (L_i nella soprastante figura).

POTENZA E RENDIMENTI

La **potenza indicata** (P_i) è ricavata dal diagramma indicato, ovvero dal lavoro indicato (L_i), noto il numero di giri (n [r/min]):

$$P_i = L_i \frac{n}{60} e$$

dove e , come già visto, è un parametro che vale 1 se il compressore è a singolo effetto, 2 se a doppio effetto.

Il **rendimento indicato** (η_i) del compressore è dato dal rapporto tra la potenza limite (P_l) e quella indicata (P_i):

$$\eta_i = \frac{P_l}{P_i}$$

Il **rendimento meccanico** (η_m) è dato dal rapporto tra la potenza indicata e quella effettivamente ceduta al compressore dal motore primo (P_e):

$$\eta_m = \frac{P_i}{P_e}$$

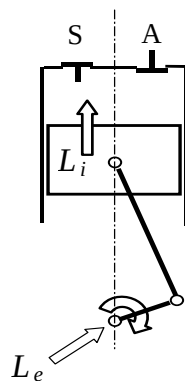
La **potenza effettiva** (P_e) è dunque data dalla:

$$P_e = \frac{P_i}{\eta_m} = \frac{P_l}{\eta_i \eta_m} = \frac{P_l}{\eta_c}$$

essendo η_c il **rendimento globale del compressore**, dato dalla:

$$\eta_c = \eta_i \eta_m$$

Per chiarezza, nella figura sottostante sono schematicamente visualizzati: il lavoro effettivo (L_e), ceduto al compressore dal motore primo, ed il lavoro indicato (L_i) del compressore:



Vista schematica degli scambi di lavoro
in un compressore alternativo.

Si ha, ovviamente:

$$L_e > L_i > L_l$$

ed analogamente per le potenze:

$$P_e > P_i > P_l$$

REGOLAZIONE DELLA PORTATA

Ricordando l'espressione della portata volumetrica dei compressori alternativi:

$$Q = \eta_v V \frac{n}{60} e$$

dalla quale si osserva che la cilindrata V ed il parametro e , che tiene conto se il compressore è a semplice o doppio effetto, non possono subire variazioni, la **regolazione della portata** elaborata dalla macchina è effettuata variando il numero di giri n o il rendimento volumetrico η_v della stessa (ciò vale ovviamente nell'ipotesi di mantenere costanti la pressione e la temperatura del gas all'aspirazione e la pressione alla mandata).

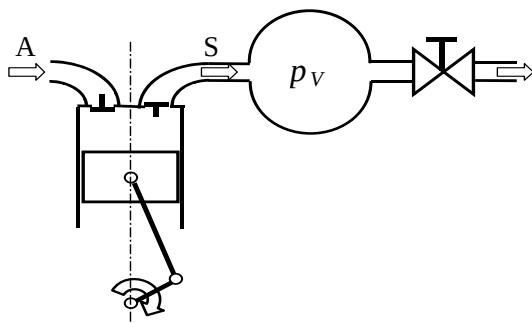
Regolazione per variazione del numero di giri n :

Questa regolazione può essere effettuata in due modi:

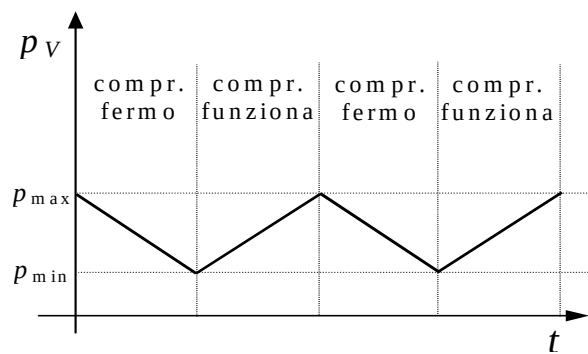
- **Regolazione continua del numero di giri**: questa soluzione è certamente la migliore, in quanto lascia inalterato il ciclo del compressore e dunque, in prima approssimazione, il rendimento della compressione. La sua realizzazione è facile nel caso il motore primo sia un motore termico (MCI, turbina a gas). Nella maggior parte dei casi invece il motore primo è costituito da un motore elettrico asincrono, la cui velocità può essere variata solo mediante la variazione della frequenza dell'energia elettrica che alimenta il motore, detta soluzione risulta essere costosa.

- **Regolazione “tutto o niente”**: è un'attuazione più grossolana della precedente ma più economica e per questo molto più utilizzata.

Si fa riferimento alla figura ed al grafico qui sotto riportati, ove nella figura di sinistra è visualizzata la vista in sezione di un compressore alternativo volumetrico con il circuito da esso alimentato, schematizzato da un volume di accumulo del gas compresso e da una valvola che ha il compito di “livellare” la pressione a valle della stessa. La regolazione “tutto o niente” consiste nell'arrestare periodicamente il compressore, quando la pressione nel volume di accumulo (p_v) raggiunge il valore massimo prefissato ($p_{\max}$ nel grafico della figura a destra), e farlo ripartire quando la suddetta pressione (p_v) raggiunge il valore minimo prefissato ($p_{\min}$ nella figura a destra).



Compressore con volume e valvola nel circuito di mandata.

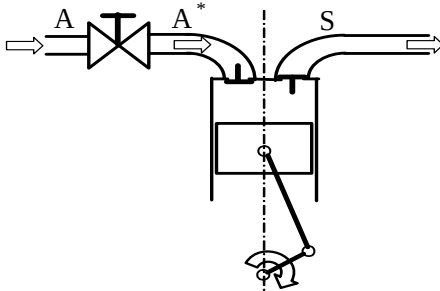


Andamento nel tempo della pressione nel volume.

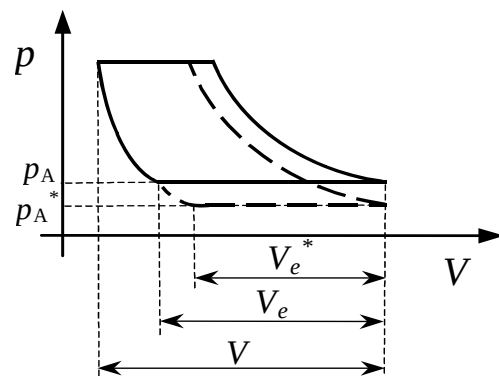
Regolazione per variazione del rendimento volumetrico:

Vi sono diverse possibili soluzioni per questo tipo di regolazione, le più utilizzate sono:

- **Valvola di laminazione nel condotto di aspirazione:** questa regolazione della portata è effettuata inserendo una valvola di laminazione nel condotto di aspirazione, come riportato nella sottostante figura a sinistra:



Compressore con valvola di regolazione all'aspirazione.



Variazione del ciclo con la regolazione con valvola all'aspirazione.

La valvola di regolazione, se parzialmente chiusa, riduce il valore della pressione all'aspirazione dal valore p_A (figura sopra a destra), che si riscontra a monte della suddetta valvola, al valore p_A^* a valle della valvola di regolazione.

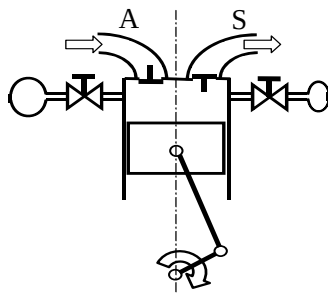
Come visualizzato nel grafico della figura sopra a destra, il volume efficace V_e^* corrispondente alla pressione p_A^* a valvola strozzata, è minore di quello V_e relativo alla pressione p_A con valvola totalmente aperta. Essendo, come già visto, il rendimento volumetrico dato dalla:

$$\eta_v = \frac{V_e}{V}$$

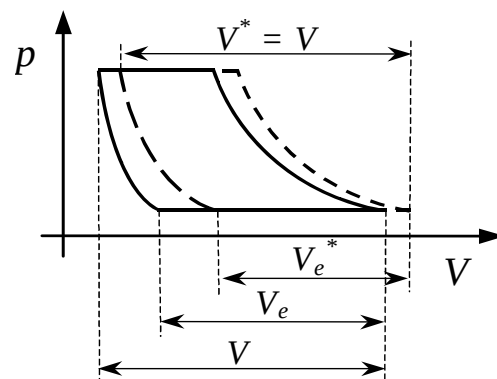
il suo valore risulta essere chiaramente inferiore nel caso (V_e^*) in cui la valvola di regolazione è parzialmente chiusa. La riduzione del rendimento volumetrico così ottenuta provoca una diminuzione della portata (Q) del gas elaborato dal compressore, data, come noto, dalla relazione:

$$Q = \eta_v V \frac{n}{60} e$$

- **Regolazione per variazione del volume nocivo**: questo tipo di regolazione della portata, detto anche sistema Hoerbiger, consiste nell'aggiunzione di capacità supplementari al volume nocivo (figura sottostante a sinistra):



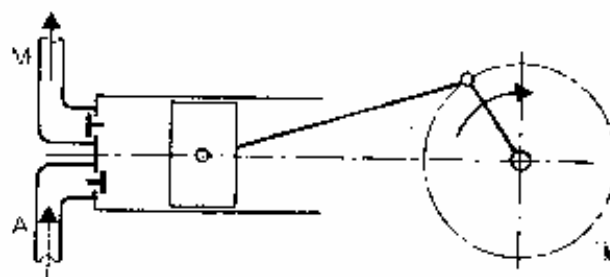
Compressore con variazione del volume nocivo.



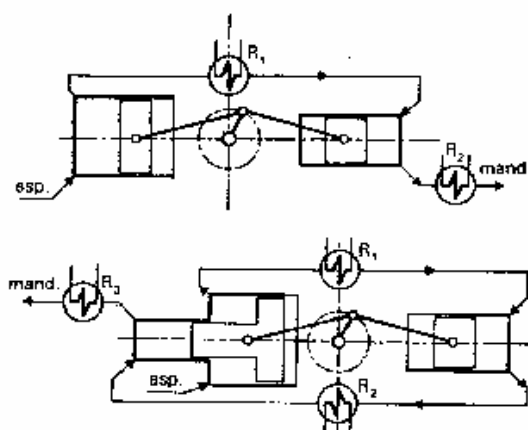
Variazione del ciclo con la regolazione per variazione del volume nocivo.

Come si evince dalla soprastante figura a destra, l'aumento del volume nocivo provoca una diminuzione del volume efficace ($V_e^* < V_e$ in figura) a parità di cilindrata (V), ciò comporta una riduzione del rendimento volumetrico e dunque dalla portata.

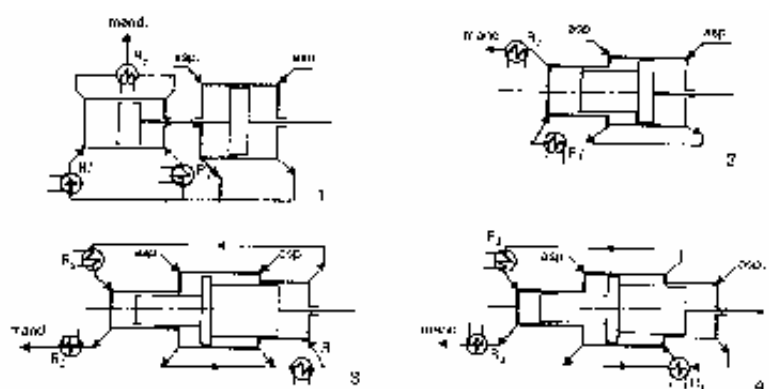
La regolazione così ottenuta è discontinua e dipende dal numero dei volumi addizionali. Nel caso riportato in figura ad esempio si hanno in totale quattro possibili regimi di portata.



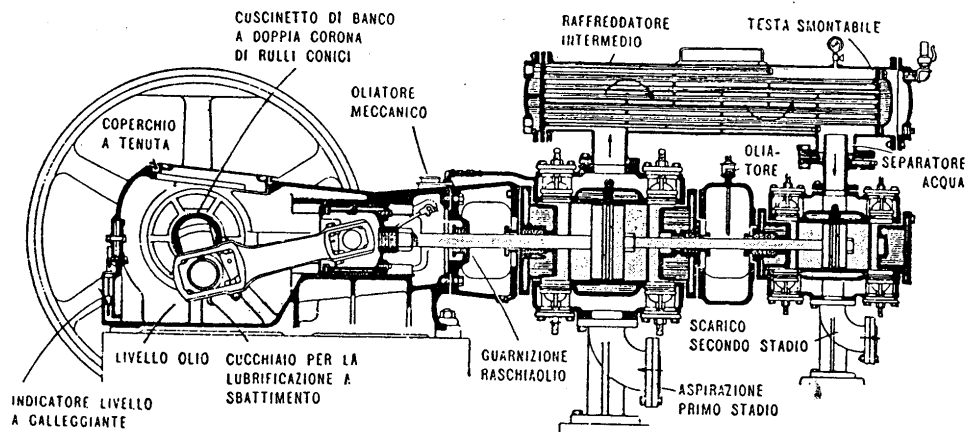
Schema elementare di un compressore alternativo.



Schemi di compressori a più fasi a semplice effetto a cilindri contrapposti.

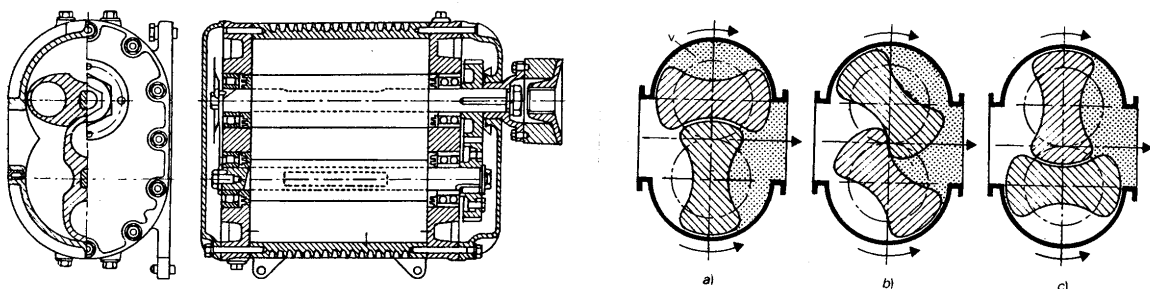


Schemi di compressori a doppio effetto.



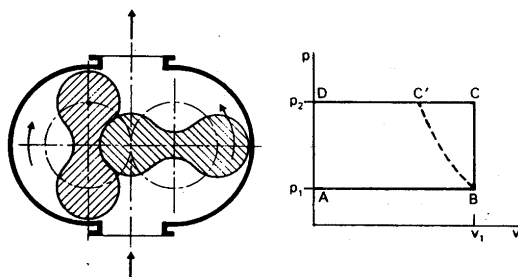
Compressore orizzontale a due stadi a doppio effetto (due cilindri in tandem e refrigerante intermedio). (Monografia della Mobil Oil Italiana)

MACCHINE OPERATRICI VOLUMETRICHE ROTATIVE



— Sezione di un Roots.

— Posizioni successive di un Roots.



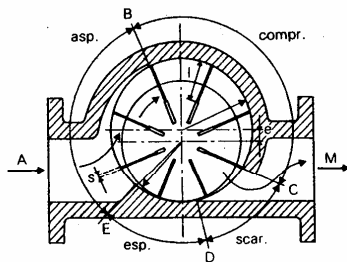
— Diagramma delle pressioni di un Roots.

Il lavoro limite di compressione corrispondente si può quindi scrivere:

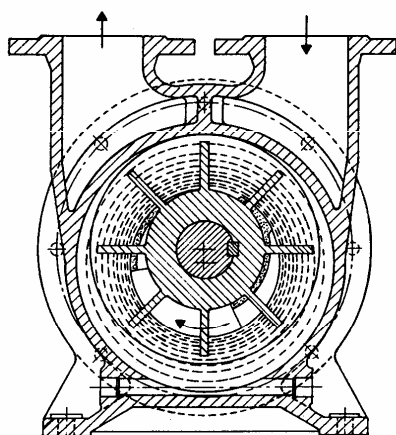
$$L_{c1} = V_1 (p_2 - p_1) = p_1 V_1 (p_2/p_1 - 1) = p_1 V_1 (\beta - 1) \quad [7.3.22]$$

con il solito significato dei termini. Ne segue che il rendimento di compressione adiabatico-isoentropico limite vale:

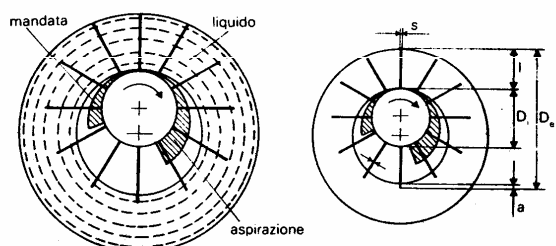
$$\eta_{c1} = \frac{\frac{k}{k-1} p_1 V_1 (\beta^{(k-1)/k} - 1)}{p_1 V_1 (\beta - 1)} = \frac{k}{k-1} \frac{\beta^{(k-1)/k} - 1}{\beta - 1} \quad [7.3.23]$$



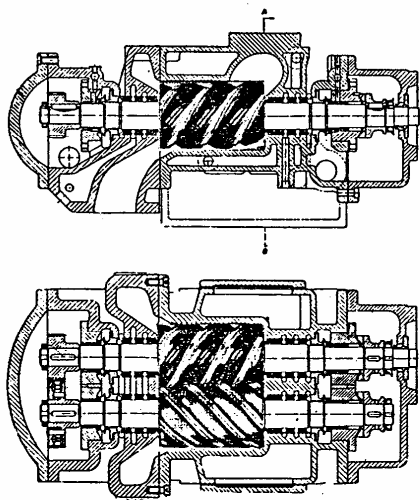
— Sezione trasversale semplificata di compressore a palette.



— Sezione di un compressore ad anello liquido (rielaborato da CHLUMSKY).



— Schema di compressore ad anello liquido.



— Compressore tipo Lysholm (da CHLUMSKY).

ESERCIZI

Esercizio 1

Un compressore alternativo ad un solo stadio ha le seguenti caratteristiche costruttive e d'esercizio:

- alesaggio (D) = 130 mm = 0,13 m
- corsa (C) = 105 mm = 0,105 m
- volume nocivo (V_n) = 4 % della cilindrata (V)
- velocità di rotazione (n) = 780 r/min.

Determinare:

- cilindrata (V)
- volume nocivo (V_n)
- rapporto volumetrico di compressione (ρ) = $(V + V_n) / V_n$
- velocità media dello stantuffo (c_m).

Soluzione:

La **cilindrata** è data dalla:

$$V = \frac{\pi D^2}{4} C = \frac{\pi 0,13^2}{4} 0,105 = 0,00139 \text{ m}^3 = 1,39 \text{ dm}^3$$

Il **volume nocivo** deriva dalla:

$$\mu = \frac{V_n}{V} = 4 \% = 0,04 \quad \Rightarrow \quad V_n = \mu V = 0,04 \times 1,39 = 0,0556 \text{ dm}^3$$

Il **rapporto volumetrico di compressione** è:

$$\rho = \frac{V + V_n}{V_n} = \frac{1,39 + 0,0556}{0,0056} = 26$$

Infine la **velocità media dello stantuffo** è data dalla:

$$c_m = 2 C \frac{n}{60} = 2 \times 0,105 \frac{780}{60} = 2,73 \text{ m/s}$$

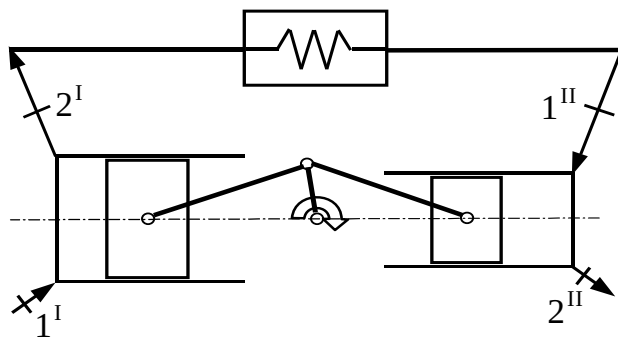
Esercizio 2

Si vuole utilizzare un compressore alternativo a due stadi interrefrigerato a semplice effetto (figura sotto a sinistra) per comprimere aria. Le caratteristiche del compressore sono:

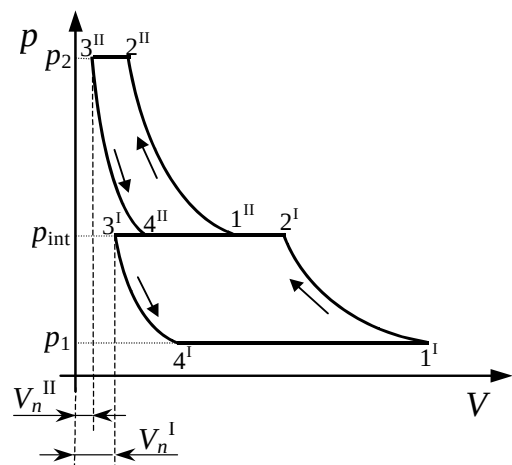
- pressione all'aspirazione (p_1^I) = 1,01 bar
- pressione alla mandata (p_2^{II}) = 29,45 bar
- temperatura all'aspirazione (T_1^I) = 15 °C = 288 K
- portata all'aspirazione (Q_1) = 22,8 dm³/s = 0,0228 m³/s
- rendimento del compressore (η_c) = 0,7
- rendimento volumetrico (η_v) = 0,8
- velocità di rotazione (n) = 1500 r/min.
- velocità media dello stantuffo (c_m) = 4,3 m/s.

Determinare:

- con riferimento al ciclo limite (figura sotto a destra), pressioni e temperature all'uscita dei due stadi (punti 2^I e 2^{II} nelle figure)
- potenza limite (P_l) ed effettiva (P_e) assorbite dal compressore
- dimensioni del compressore
- potenza limite della stessa compressione se effettuata in un solo stadio.



Schema del compressore a due stadi.



Ciclo limite della compressione

Soluzione:

Dalla relazione relativa al rapporto di compressione ottimo del singolo stadio (essendo n il numero degli stadi della compressione), si ricavano **i rapporti di compressione dei due stadi ($\beta^I = \beta^{II}$)** :

$$\beta^I = \beta^{II} = \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\frac{p_2^{II}}{p_1^I}} = \sqrt[2]{\frac{29,45}{1,01}} = 5,4$$

Le **pressioni all'uscita del primo e del secondo stadio** sono (essendo: $T_1^{\text{II}} = T_1^{\text{I}}$ e $p_1^{\text{II}} = p_2^{\text{I}}$):

$$p_2^{\text{I}} = p_1^{\text{I}} \beta^{\text{I}} = 1,01 \times 5,4 = 5,45 \text{ bar}$$

$$p_2^{\text{II}} = p_1^{\text{II}} \beta^{\text{II}} = 5,45 \times 5,4 = 29,45 \text{ bar}$$

N.B.: il calcolo della p_2^{II} è solo una verifica, essendo p_2^{II} un dato dell'esercizio.

Essendo $T_1^{\text{II}} = T_1^{\text{I}}$ e $\beta^{\text{I}} = \beta^{\text{II}}$ risulta che $T_2^{\text{II}} = T_2^{\text{I}}$, avendo fatto riferimento al ciclo limite ed allo stesso esponente per le trasformazioni ($k = 1,4$), dette temperature possono essere calcolate mediante l'espressione della trasformazione adiabatica isoentropica:

$$T_2^{\text{II}} = T_2^{\text{I}} = \beta^{1/k-1} = 288 \times 5,4^{0,4/1,4} = 466 \text{ K}$$

La potenza limite del singolo stadio è data dalla:

$$\begin{aligned} P_l^{\text{I}} = P_l^{\text{II}} &= \frac{k}{k-1} M_1 \frac{p_1}{\rho_1} (\beta^{k-1/k} - 1) = \frac{k}{k-1} Q_1 \rho_1 \frac{p_1}{\rho_1} (\beta^{k-1/k} - 1) = \\ &= \frac{0,4}{1,4} 0,0228 \times 1,01 (5,4^{0,4/1,4} - 1) = 5000 \text{ W} = 5 \text{ kW} \end{aligned}$$

La **potenza limite (P_l)** assorbita dai due stadi del compressore sarà:

$$P_l = 2 P_l^{\text{I}} = 2 \times 5 = 10 \text{ kW}$$

mentre la **potenza effettiva (P_e)** assorbita dal compressore è data dalla:

$$P_e = \frac{P_l}{\eta_c} = \frac{10}{0,7} = 14,3 \text{ kW}$$

Per calcolare le dimensioni fondamentali del compressore (alesaggio e corsa dei cilindri) si procede come segue.

La **corsa C** , comune ai due cilindri, può essere calcolata dall'espressione della velocità media dello stantuffo:

$$c_m = 2 C \frac{n}{60} \quad \Rightarrow \quad C = c_m \frac{60}{2 n} = 4,3 \frac{60}{2 \times 1500} = 0,086 \text{ m} = 86 \text{ mm}$$

L'alesaggio del cilindro del primo stadio (D^I) è calcolato dall'espressione della portata volumetrica:

$$Q_1 = \eta_v V \frac{n}{60} = \eta_v \frac{\pi D^{I2}}{4} C \frac{n}{60} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D^I = \sqrt{\frac{Q_1 4 \times 60}{\eta_v \pi C n}} = \sqrt{\frac{0,0228 \times 4 \times 60}{0,8 \pi 0,086 \times 1500}} = 0,13 \text{ m} = 130 \text{ mm}$$

La superficie dello stantuffo del primo stadio (A^I) è:

$$A^I = \frac{\pi D^{I2}}{4} = \frac{\pi 0,13^2}{4} = 13,3 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Durante la compressione il volume specifico del gas subisce una diminuzione pari al rapporto di compressione, essendo:

$$v_1^{\text{II}} = \frac{v_1^{\text{I}}}{\beta^{\text{I}}}$$

conseguentemente, essendo la corsa invariata, l'area dello stantuffo del secondo stadio del compressore è rapportata a quella del cilindro del primo stadio dalla relazione:

$$A^{\text{II}} = \frac{A^{\text{I}}}{\beta^{\text{I}}} = \frac{13,3 \times 10^{-3}}{5,4} = 2,46 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

L'alesaggio del cilindro del secondo stadio (D^{II}) è dato dalla:

$$A^{\text{II}} = \frac{\pi D^{\text{II}2}}{4} \Rightarrow$$

$$D^{\text{II}} = \sqrt{\frac{4 A^{\text{II}}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 2,46 \times 10^{-3}}{\pi}} = 0,056 \text{ m} = 56 \text{ mm}$$

La **potenza limite della stessa compressione se effettuata in un solo stadio** è calcolabile mediante il seguente procedimento.

Il rapporto di compressione è, in questo caso:

$$\beta = \frac{p_2^{\text{II}}}{p_1^{\text{I}}} = \frac{29,45}{1,01} = 29,16$$

La temperatura di fine compressione isoentropica è:

$$T_2 = \beta^{k-1/k} = 288 \times 29,16^{0,4/1,4} = 756 \text{ K}$$

Contro i 466 K della compressione in due stadi interrefrigerata.

La potenza limite della compressione è:

$$P_l = \frac{k}{k-1} Q_1 p_1^I \left(\beta^{k-1/k} - 1 \right) = \frac{0,4}{1,4} 0,0228 \times 1,01 \left(29,16^{0,4/1,4} - 1 \right) = 13,1 \text{ kW}$$

contro i 10 kW della compressione interrefrigerata.